MEM6804 物流与供应链建模与仿真

案例 软件

第一讲: 绪论

沈海辉

中美物流研究院
上海交通大学

shenhaihui.github.io/teaching/mem6804p
shenhaihui@sjtu.edu.cn

2021年春 (MEM非全日制)

上海交通大学 SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY | 董浩云航运与物流研究院 CY TUNG Institute of Maritime and Logistics
中美物流研究院(工程系统管理研究院) Sino-US Global Logistics Institute (Institute of Industrial & System Engineering)

目录

1. 什么是仿真?
2. 为什么仿真?
3. 怎么做仿真?
4. 模型
   - 定义
   - 仿真模型的类型
5. 示例
   - 估计 π: 布丰投针
   - 估计 π: 随机点
   - 数值积分*
   - 系统失效时间
6. 物流与供应链系统
   - 定义
   - 特点
   - 仿真的优势
   - 仿真软件

什么是仿真?

- 仿真 (Simulation) 是对现实世界的过程或系统随时间运行的模拟.

什么是仿真?

- 仿真 (Simulation) 是对现实世界的过程或系统随时间运行的模拟.
  - 通过手工或者计算机来完成;
  - 涉及到产生一个系统的人为演变过程，以及它的观测记录;
  - 得出真实系统的特性的一些推断.

上海交通大學 SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

什么是仿真?

- 仿真 (Simulation) 是对现实世界的过程或系统随时间运行的模拟.
  - 通过手工或者计算机来完成;
  - 涉及到产生一个系统的人为演变过程, 以及它的观测记录;
  - 得出真实系统的特性的一些推断.
- 仿真在生活中**无处不在**!

上海交通大学 SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

什么是仿真?

图: 使用波音787模拟机训练飞行员 (*from* Boeing)

什么是仿真?

图: 机场仿真 (*by Vancouver Airport Services*)

[Video: https://www.youtube.com/watch?v=JuXwEbAvk2Q]

什么是仿真?

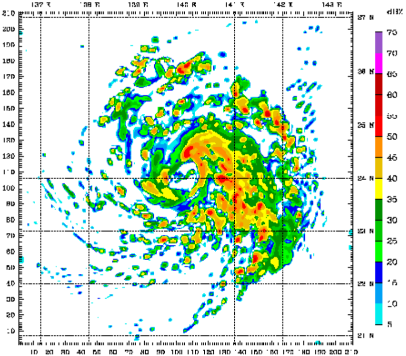


图: 台风模拟 (*image* by *Atmoz* / *CC BY 3.0*)

什么是仿真?

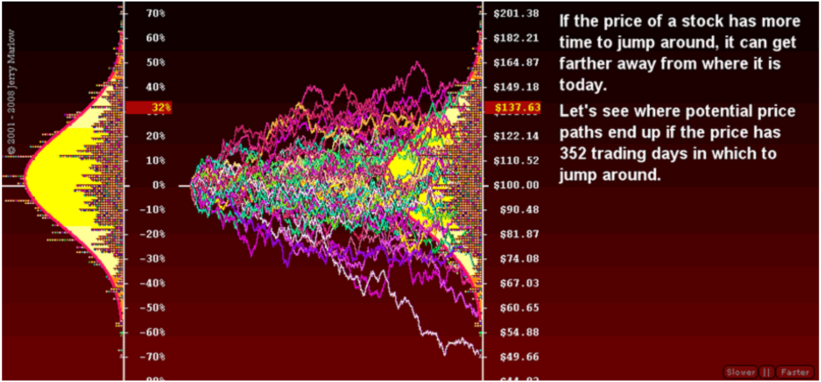

70%
60%
50%
40%
32%
20%
10%
0%
-10%
-20%
-30%
-40%
-50%
-60%
-70%
$201.38
$182.21
$164.87
$149.18
$137.63
$122.14
$110.52
$100.00
$90.48
$81.87
$74.08
$67.03
$60.65
$54.88
$49.66
If the price of a stock has more time to jump around, it can get farther away from where it is today.
Let's see where potential price paths end up if the price has 352 trading days in which to jump around.
Slower
Faster

图: 金融工程

1 什么是仿真?

2 为什么仿真?

3 怎么做仿真?

4 模型
- 定义
- 仿真模型的类型

5 示例
- 估计 π: 布丰投针
- 估计 π: 随机点
- 数值积分*
- 系统失效时间

6 物流与供应链系统
- 定义
- 特点
- 仿真的优势
- 仿真软件

为什么仿真?

- 在一个真实系统上做实际的试验, 常常是代价很高甚至不现实的.
  - 它可能具有**破坏性**, 可能很**昂贵**, 可能很**危险**, 也可能是一些**极小概率**的事件.

上海交通大学 SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

为什么仿真?

- 在一个真实系统上做实际的试验，常常是代价很高甚至不现实的.
  - 它可能具有**破坏性**，可能很**昂贵**，可能很**危险**，也可能是一些**极小概率**的事件.
- 能够很好地刻画实际问题的数学模型 (mathematical model，稍后定义) 可能非常难以求解.
  - 只有在高度**简化**的情况下，才能够求解.

为什么仿真?

- 在一个真实系统上做实际的试验, 常常是代价很高甚至不现实的.
  - 它可能具有**破坏性**, 可能很**昂贵**, 可能很**危险**, 也可能是一些**极小概率**的事件.
- 能够很好地刻画实际问题的数学模型 (mathematical model, 稍后定义) 可能非常难以求解.
  - 只有在高度**简化**的情况下, 才能够求解.
- 借助仿真技术, 我们可以很容易地做一些改变然后观察它的影响, 并且保持较高的保真度.

为什么仿真?

- 仿真技术既可作为一种**分析的工具**, 也可作为一种**设计的工具**.

为什么仿真?

- 仿真技术既可作为一种**分析的工具**, 也可作为一种**设计的工具**.

1. 分析的工具: 回答关于现实世界中已有系统的 "what if" 问题.
   - 例如, 为生产线换一种布局会如何? 为服务中心换一种人员排班方式会如何? 金融系统在极端情况下会怎么样? 等等.
2. 设计的工具: 在实际建造之前, 对处于设计阶段的系统进行研究.
   - 例如, 为新的运输设施、服务机构、生产系统等的设计和运营方案进行评估.

为什么仿真?

- 仿真技术既可作为一种**分析的工具**, 也可作为一种**设计的工具**.

1. 分析的工具: 回答关于现实世界中已有系统的 "what if" 问题.
   - 例如, 为生产线换一种布局会如何? 为服务中心换一种人员排班方式会如何? 金融系统在极端情况下会怎么样? 等等.
2. 设计的工具: 在实际建造之前, 对处于设计阶段的系统进行研究.
   - 例如, 为新的运输设施、服务机构、生产系统等的设计和运营方案进行评估.

为什么仿真?

- 仿真技术既可作为一种**分析的工具**, 也可作为一种**设计的工具**.

1. 分析的工具: 回答关于现实世界中已有系统的 "what if" 问题.
   - 例如, 为生产线换一种布局会如何? 为服务中心换一种人员排班方式会如何? 金融系统在极端情况下会怎么样? 等等.
2. 设计的工具: 在实际建造之前, 对处于设计阶段的系统进行研究.
   - 例如, 为新的运输设施、服务机构、生产系统等的设计和运营方案进行评估.

- 仿真也是一种重要的数值方法.

为什么仿真?

- 仿真技术既可作为一种**分析的工具**, 也可作为一种**设计的工具**.

1. 分析的工具: 回答关于现实世界中已有系统的 "what if" 问题.
   - 例如, 为生产线换一种布局会如何? 为服务中心换一种人员排班方式会如何? 金融系统在极端情况下会怎么样? 等等.
2. 设计的工具: 在实际建造之前, 对处于设计阶段的系统进行研究.
   - 例如, 为新的运输设施、服务机构、生产系统等的设计和运营方案进行评估.

- 仿真也是一种重要的数值方法.
- 借助图形动画技术, 仿真也是一种直观有效的展示方法.

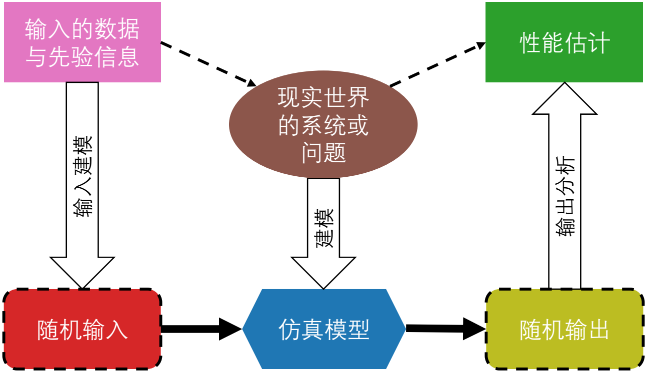


图: 仿真研究的基本流程

- 模型, 是系统或问题的一种表示.

- 模型, 是系统或问题的一种表示.
  - 常常会引入一些关于系统工作、运行的假设和/或近似.

- 模型, 是系统或问题的一种表示.
  - 常常会引入一些关于系统工作、运行的假设和/或近似.
  - 一般只考虑系统中与所研究问题有关的 (具有重要影响的) 那些方面.

- 模型, 是系统或问题的一种表示.
  - 常常会引入一些关于系统工作、运行的假设和/或近似.
  - 一般只考虑系统中与所研究问题有关的 (具有重要影响的) 那些方面.
  - 但是, 模型必须足够精细, 以便对真实的系统或问题得出有效的结论.

- 模型, 是系统或问题的一种表示.
  - 常常会引入一些关于系统工作、运行的假设和/或近似.
  - 一般只考虑系统中与所研究问题有关的 (具有重要影响的) 那些方面.
  - 但是, 模型必须足够精细, 以便对真实的系统或问题得出有效的结论.
  - 权衡: 简洁 vs. 准确.

- 模型, 是系统或问题的一种表示.
  - 常常会引入一些关于系统工作、运行的假设和/或近似.
  - 一般只考虑系统中与所研究问题有关的 (具有重要影响的) 那些方面.
  - 但是, 模型必须足够精细, 以便对真实的系统或问题得出有效的结论.
  - 权衡: 简洁 vs. 准确.
- 物理模型 vs. 数学模型

- 模型, 是系统或问题的一种表示.
  - 常常会引入一些关于系统工作、运行的假设和/或近似.
  - 一般只考虑系统中与所研究问题有关的 (具有重要影响的) 那些方面.
  - 但是, 模型必须足够精细, 以便对真实的系统或问题得出有效的结论.
  - 权衡: 简洁 vs. 准确.
- 物理模型 vs. 数学模型
  1. 物理模型是真实系统的一个缩小的或者放大的版本.

- 模型, 是系统或问题的一种表示.
  - 常常会引入一些关于系统工作、运行的假设和/或近似.
  - 一般只考虑系统中与所研究问题有关的 (具有重要影响的) 那些方面.
  - 但是, 模型必须足够精细, 以便对真实的系统或问题得出有效的结论.
  - 权衡: 简洁 vs. 准确.

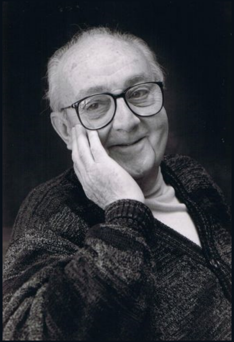
- 物理模型 vs. 数学模型
  1. 物理模型是真实系统的一个缩小的或者放大的版本.
  2. 数学模型则使用符号标记与数学公式来描述系统.

上海交通大学 SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

- 模型, 是系统或问题的一种表示.
  - 常常会引入一些关于系统工作、运行的假设和/或近似.
  - 一般只考虑系统中与所研究问题有关的 (具有重要影响的) 那些方面.
  - 但是, 模型必须足够精细, 以便对真实的系统或问题得出有效的结论.
  - 权衡: 简洁 vs. 准确.
- 物理模型 vs. 数学模型
  1. 物理模型是真实系统的一个缩小的或者放大的版本.
  2. 数学模型则使用符号标记与数学公式来描述系统.
- 有了模型 (无论是物理模型还是数学模型) 之后, 我们就不需要在现实中的系统上去做实验, 研究这个模型就可以了.

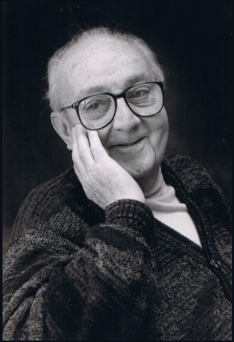
- 模型, 是系统或问题的一种表示.
  - 常常会引入一些关于系统工作、运行的假设和/或近似.
  - 一般只考虑系统中与所研究问题有关的 (具有重要影响的) 那些方面.
  - 但是, 模型必须足够精细, 以便对真实的系统或问题得出有效的结论.
  - 权衡: 简洁 vs. 准确.
- 物理模型 vs. 数学模型
  1. 物理模型是真实系统的一个缩小的或者放大的版本.
  2. 数学模型则使用符号标记与数学公式来描述系统.
- 有了模型 (无论是物理模型还是数学模型) 之后, 我们就不需要在现实中的系统上去做实验, 研究这个模型就可以了.
  - 显然, 这样更容易, 更快, 更便宜, 也更安全.

- 模型, 是系统或问题的一种表示.
  - 常常会引入一些关于系统工作、运行的假设和/或近似.
  - 一般只考虑系统中与所研究问题有关的 (具有重要影响的) 那些方面.
  - 但是, 模型必须足够精细, 以便对真实的系统或问题得出有效的结论.
  - 权衡: 简洁 vs. 准确.
- 物理模型 vs. 数学模型
  1. 物理模型是真实系统的一个缩小的或者放大的版本.
  2. 数学模型则使用符号标记与数学公式来描述系统.
- 有了模型 (无论是物理模型还是数学模型) 之后, 我们就不需要在现实中的系统上去做实验, 研究这个模型就可以了.
  - 显然, 这样更容易, 更快, 更便宜, 也更安全.
- 通常来说, 仿真模型也是一类特别的数学模型.



“All models are wrong, but some are useful.”

— *George E. P. Box*



> “All models are wrong,
> but some are useful.”
>
> — *George E. P. Box*

George E. P. Box (1919.10 – 2013.03) was a British statistician, who worked in the areas of quality control, time-series analysis, design of experiments, and Bayesian inference. He has been called “one of the great statistical minds of the 20th century”.

- 当一个数学模型比较简单的时候，我们可以求解它
  - 通过**解析**的方法，采用代数、微积分、概率论等数学工具;
  - 通过**数值**的方法，借助一些计算方法来完成 (举例：求解一元五次方程).

- 当一个数学模型比较简单的时候，我们可以求解它
  - 通过**解析**的方法，采用代数、微积分、概率论等数学工具；
  - 通过**数值**的方法，借助一些计算方法来完成（举例：求解一元五次方程）.
- 但是，不是所有数学模型都可以这样被求解.

- 当一个数学模型比较简单的时候，我们可以求解它
  - 通过**解析**的方法，采用代数、微积分、概率论等数学工具；
  - 通过**数值**的方法，借助一些计算方法来完成 (举例：求解一元五次方程).
- 但是，不是所有数学模型都可以这样被求解.
- 在仿真中，数学模型 (或者这个时候称它为仿真模型)，是被运行出来的，而不是被求解出来的：

- 当一个数学模型比较简单的时候，我们可以求解它
  - 通过**解析**的方法，采用代数、微积分、概率论等数学工具；
  - 通过**数值**的方法，借助一些计算方法来完成 (举例：求解一元五次方程).
- 但是，不是所有数学模型都可以这样被求解.
- 在仿真中，数学模型 (或者这个时候称它为仿真模型)，是被运行出来的，而不是被求解出来的：
  - 先根据一些假设，人为**生成**一些系统的演变过程；
  - 然后观察系统的运行状态，将这些观察**收集**起来进行分析；
  - 最后**估计**出系统性能的一些度量.

- 当一个数学模型比较简单的时候，我们可以求解它
  - 通过**解析**的方法，采用代数、微积分、概率论等数学工具;
  - 通过**数值**的方法，借助一些计算方法来完成 (举例：求解一元五次方程).
- 但是，不是所有数学模型都可以这样被求解.
- 在仿真中，数学模型 (或者这个时候称它为仿真模型)，是被运行出来的，而不是被求解出来的:
  - 先根据一些假设，人为**生成**一些系统的演变过程;
  - 然后观察系统的运行状态，将这些观察**收集**起来进行分析;
  - 最后**估计**出系统性能的一些度量.
- 从本质上来说，运行仿真模型也可以算是一种数值方法.
  - 现实问题的仿真模型可能很大很复杂，这时候运行仿真模型通常需要借助计算机才能实现.

- 仿真模型可以分为**静态模型**和**动态模型**.

- 仿真模型可以分为**静态**模型和**动态**模型.

1. 静态是指, 时间不在其中发挥**实质性**作用.

2. 动态是指, 时间确实在其中发挥**实际性**作用.

- 仿真模型可以分为**静态模型**和**动态模型**.

1. 静态是指, 时间不在其中发挥**实质性**作用.
   - 例 1 – 金融工程: 计算投资组合的回报和风险.
   - 例 2 – 项目管理: 计算项目在不同策略下面的回报.

2. 动态是指, 时间确实在其中发挥**实际性**作用.

- 仿真模型可以分为**静态模型**和**动态模型**.

1. 静态是指, 时间不在其中发挥**实质性**作用.
   - 例 1 – 金融工程: 计算投资组合的回报和风险.
   - 例 2 – 项目管理: 计算项目在不同策略下面的回报.
   - 通常被称为蒙特卡洛 (Monte Carlo) 仿真.

2. 动态是指, 时间确实在其中发挥**实际性**作用.

图: Monte Carlo 赌场 (photo by Cristian Lorini / CC BY-SA 3.0)

图: Monte Carlo 赌场 (photo by Cristian Lorini / CC BY-SA 3.0)

图: Monte Carlo 赌场 (*photo* by *Cristian Lorini* / *CC BY-SA 3.0*)

- 仿真模型可以分为**静态模型**和**动态模型**.

1. 静态是指, 时间不在其中发挥**实质性**作用.
   - 例 1 – 金融工程: 计算投资组合的回报和风险.
   - 例 2 – 项目管理: 计算项目在不同策略下面的回报.
   - 通常被称为蒙特卡洛 (Monte Carlo) 仿真.

2. 动态是指, 时间确实在其中发挥**实际性**作用.

- 仿真模型可以分为**静态模型**和**动态模型**.

1. 静态是指, 时间不在其中发挥**实质性**作用.
   - 例 1 – 金融工程: 计算投资组合的回报和风险.
   - 例 2 – 项目管理: 计算项目在不同策略下面的回报.
   - 通常被称为蒙特卡洛 (Monte Carlo) 仿真.
   - 蒙特卡洛仿真常被应用于金融工程、计算物理学等领域的复杂数值计算.

2. 动态是指, 时间确实在其中发挥**实际性**作用.

- 仿真模型可以分为**静态模型**和**动态模型**.

1. 静态是指, 时间不在其中发挥**实质性**作用.
   - 例 1 – 金融工程: 计算投资组合的回报和风险.
   - 例 2 – 项目管理: 计算项目在不同策略下面的回报.
   - 通常被称为蒙特卡洛 (Monte Carlo) 仿真.
   - 蒙特卡洛仿真常被应用于金融工程、计算物理学等领域的复杂数值计算.
2. 动态是指, 时间确实在其中发挥**实际性**作用.
   - 例 1 – 物流管理: 计算一个航站楼的效率.
   - 例 2 – 服务管理: 计算不同排班策略下顾客的等待时间.

- 仿真模型可以分为**静态模型**和**动态模型**.

1. 静态是指, 时间不在其中发挥**实质性**作用.
   - 例 1 – 金融工程: 计算投资组合的回报和风险.
   - 例 2 – 项目管理: 计算项目在不同策略下面的回报.
   - 通常被称为蒙特卡洛 (Monte Carlo) 仿真.
   - 蒙特卡洛仿真常被应用于金融工程、计算物理学等领域的复杂数值计算.
2. 动态是指, 时间确实在其中发挥**实际性**作用.
   - 例 1 – 物流管理: 计算一个航站楼的效率.
   - 例 2 – 服务管理: 计算不同排班策略下顾客的等待时间.
   - 一般用以模拟物流、交通、服务等系统, 这些系统的状态是自然地随着时间在改变的.

- 仿真模型可以分为**确定**模型的和**随机**模型.

- 仿真模型可以分为**确定**模型的和**随机**模型.

1. 确定是指, 所有东西都是已知且**确定**的.

2. 随机是指, 存在一些**不确定**的因素.

- 仿真模型可以分为**确定**模型的和**随机**模型.

1. 确定是指, 所有东西都是已知且**确定**的.
   - 例如, 病人都按照准确的约定时间到达, 每个病人的看病时间都是固定的, 病人在各个科室之间转移也都是事先确定的.
2. 随机是指, 存在一些**不确定**的因素.

- 仿真模型可以分为**确定**模型的和**随机**模型.

1. 确定是指, 所有东西都是已知且**确定**的.
   - 例如, 病人都按照准确的约定时间到达, 每个病人的看病时间都是固定的, 病人在各个科室之间转移也都是事先确定的.
2. 随机是指, 存在一些**不确定**的因素.
   - 例如, 到达时间和服务时间可能是随机的, 且/或病人在科室之间的转移是有随机性的.

- 仿真模型可以分为**确定**模型的和**随机**模型.

1. 确定是指, 所有东西都是已知且**确定**的.
   - 例如, 病人都按照准确的约定时间到达, 每个病人的看病时间都是固定的, 病人在各个科室之间转移也都是事先确定的.
2. 随机是指, 存在一些**不确定**的因素.
   - 例如, 到达时间和服务时间可能是随机的, 且/或病人在科室之间的转移是有随机性的.
   - 随机性仿真模型在实际中的应用远多于确定性仿真模型 (因为现实世界中的系统, 或多或少, 都存在随机性.)

- 仿真模型可以分为**离散**模型的和**连续**模型.

- 仿真模型可以分为**离散**模型的和**连续**模型.

1. 离散是指，系统状态只在**离散的时间点**上发生改变.

2. 连续，是指系统状态随时间**连续地变化**.

- 仿真模型可以分为**离散**模型的和**连续**模型.

1. 离散是指, 系统状态只在**离散的时间点**上发生改变.
   - 例如, 银行中的客户数量, 只在有客户到达或离开的那一刻, 才会发生改变 (左图).
2. 连续, 是指系统状态随时间**连续地变化**.

- 仿真模型可以分为**离散**模型的和**连续**模型.

1. 离散是指, 系统状态只在**离散的时间点**上发生改变.
   - 例如, 银行中的客户数量, 只在有客户到达或离开的那一刻, 才会发生改变 (左图).
2. 连续, 是指系统状态随时间**连续地变化**.

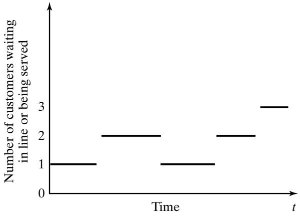


图: 离散的状态 (*from* Banks et al. (2010))

- 仿真模型可以分为**离散**模型的和**连续**模型.

1. 离散是指, 系统状态只在**离散的时间点**上发生改变.
   - 例如, 银行中的客户数量, 只在有客户到达或离开的那一刻, 才会发生改变 (左图).
2. 连续, 是指系统状态随时间**连续地变化**.
   - 例如, 大坝后面的水位, 在一段时间里面是连续地变化的 (右图).

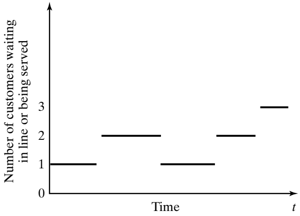


图: 离散的状态 (*from* *Banks et al. (2010)*)

- 仿真模型可以分为**离散**模型的和**连续**模型.

① 离散是指, 系统状态只在**离散的时间点**上发生改变.
  - 例如, 银行中的客户数量, 只在有客户到达或离开的那一刻, 才会发生改变 (左图).

② 连续, 是指系统状态随时间**连续地变化**.
  - 例如, 大坝后面的水位, 在一段时间里面是连续地变化的 (右图).

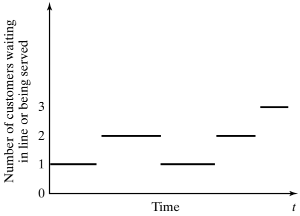


图: 离散的状态 (*from* Banks *et al.* (2010))

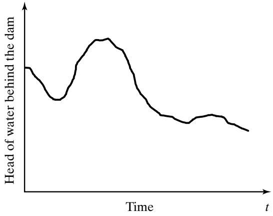


图: 连续的状态 (*from* Banks *et al.* (2010))

- 小结: 仿真模型, 可以分为**静态**的或**动态**的, **确定**的或**随机**的, **离散**的或**连续**的.

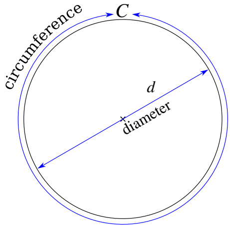
- 小结: 仿真模型, 可以分为**静态**的或**动态**的, **确定**的或**随机**的, **离散**的或**连续**的.
- 对于绝大多数的经营决策类的问题, 适用的仿真模型是动态的、随机的、离散的.

- 小结: 仿真模型, 可以分为**静态**的或**动态**的, **确定**的或**随机**的, **离散**的或**连续**的.
- 对于绝大多数的经营决策类的问题, 适用的仿真模型是动态的、随机的、离散的.
  - 这类仿真一般称之为离散事件系统仿真 (Discrete-Event System Simulation).
  - 它是本课程的主要关注点.

1. 什么是仿真?
2. 为什么仿真?
3. 怎么做仿真?
4. 模型
   - 定义
   - 仿真模型的类型
5. 示例
   - 估计 π：布丰投针
   - 估计 π：随机点
   - 数值积分*
   - 系统失效时间
6. 物流与供应链系统
   - 定义
   - 特点
   - 仿真的优势
   - 仿真软件

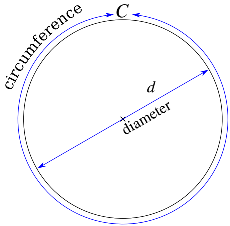
- 数学常数 π 的原始定义为圆周和直径的比值.

- 数学常数 π 的原始定义为圆周和直径的比值.



$$\pi = \frac{\text{circumference}}{\text{diameter}} = 3.14159\,26535\ldots$$

- 数学常数 π 的原始定义为圆周和直径的比值.



$$\pi = \frac{\text{circumference}}{\text{diameter}} = 3.14159\,26535\ldots$$

- 在人类历史中, 计算 π 曾被视为一个非常难的问题.

- 最早的关于 π 估计的记载:
  - 巴比伦: 泥板 (1900–1600 BC), $\pi \approx \frac{25}{8} = 3.125\ldots$;
  - 埃及: 莱因德纸草书 (1650 BC, 1850 BC), $\pi \approx (\frac{16}{9})^2 = 3.160\ldots$.

- 最早的关于 π 估计的记载:
  - 巴比伦: 泥板 (1900–1600 BC), $\pi \approx \frac{25}{8} = 3.125\ldots$;
  - 埃及: 莱因德纸草书 (1650 BC, 1850 BC), $\pi \approx (\frac{16}{9})^2 = 3.160\ldots$.

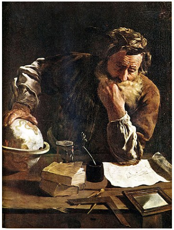


图: 阿基米德 (287-212 BC)
(Source/Photographer)

$$\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$$
$$\frac{223}{71} = 3.1408...$$
$$\frac{22}{7} = 3.1428...$$

- 最早的关于 π 估计的记载:
  - 巴比伦: 泥板 (1900–1600 BC), $\pi \approx \frac{25}{8} = 3.125\ldots$;
  - 埃及: 莱因德纸草书 (1650 BC, 1850 BC), $\pi \approx (\frac{16}{9})^2 = 3.160\ldots$.

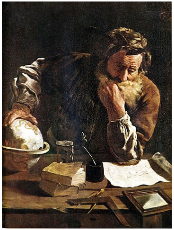


图: 阿基米德 (287-212 BC) (Source/Photographer)

图: 刘徽 (魏晋时期, 225-295 AD)

$$\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$$
$$\frac{223}{71} = 3.1408...$$
$$\frac{22}{7} = 3.1428...$$

$$\pi \approx 3.1416$$

- 最早的关于 π 估计的记载:
  - 巴比伦: 泥板 (1900–1600 BC), $\pi \approx \frac{25}{8} = 3.1\textcolor{red}{25}\ldots$;
  - 埃及: 莱因德纸草书 (1650 BC, 1850 BC), $\pi \approx (\frac{16}{9})^2 = 3.1\textcolor{red}{60}\ldots$.

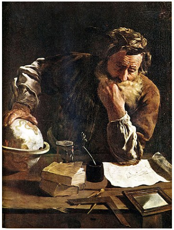


图: 阿基米德 (287-212 BC) (Source/Photographer)

$$\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$$
$$\frac{223}{71} = 3.14\textcolor{red}{08}\ldots$$
$$\frac{22}{7} = 3.14\textcolor{red}{28}\ldots$$

图: 刘徽 (魏晋时期, 225-295 AD)

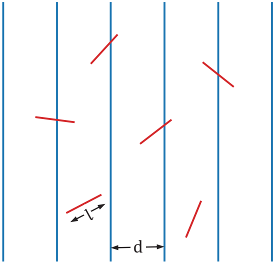
$$\pi \approx 3.141\textcolor{red}{6}$$

图: 祖冲之 (南北朝时期, 429–500 AD) (statue image by 三猫 / CC BY 4.0)

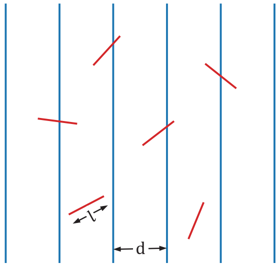
$$\pi \approx \frac{355}{113} = 3.14159\ 2\textcolor{red}{92}\ldots$$

- 布丰投针 (Buffon's Needle)
  - 布丰 (Buffon), 一位法国数学家, 在1733 (1777) 年做了一个静态仿真实验 (手动), 它可被用于估计 π.

- 布丰投针 (Buffon's Needle)
  - 布丰 (Buffon), 一位法国数学家, 在1733 (1777) 年做了一个静态仿真实验 (手动), 它可被用于估计 π.
  - 将一根长度为 l 的细针随机地扔到画有平行线 (距离为 d) 的地面上, 其中 $l < d$.
  - 假设针具有**相等的可能性**落于地面任何地方.



- 布丰投针 (Buffon's Needle)
  - 布丰 (Buffon), 一位法国数学家, 在1733 (1777) 年做了一个静态仿真实验 (手动), 它可被用于估计 π.
  - 将一根长度为 l 的细针随机地扔到画有平行线 (距离为 d) 的地面上, 其中 $l < d$.
  - 假设针具有**相等的可能性**落于地面任何地方.



- $\mathbb{P}$(针穿过某条直线) $= \dfrac{2l}{\pi d}$.

- 如果布丰重复该实验 n 次 (即, 扔 n 根针), 令 h 为穿过直线的针的数量, 那么,

$$\mathbb{P}(\text{针穿过某条直线}) = \frac{2l}{\pi d} \approx \frac{h}{n}.$$

- 因此, $\pi \approx \dfrac{2ln}{dh}$.

- 如果布丰重复该实验 n 次 (即, 扔 n 根针), 令 h 为穿过直线的针的数量, 那么,

$$\mathbb{P}(\text{针穿过某条直线}) = \frac{2l}{\pi d} \approx \frac{h}{n}.$$

- 因此, $\pi \approx \dfrac{2ln}{dh}$.
- 令 $d = 2l$, 那么 $\pi \approx n/h$.

- 如果布丰重复该实验 n 次 (即, 扔 n 根针), 令 h 为穿过直线的针的数量, 那么,

$$\mathbb{P}(\text{针穿过某条直线}) = \frac{2l}{\pi d} \approx \frac{h}{n}.$$

- 因此, $\pi \approx \dfrac{2ln}{dh}$.
- 令 $d = 2l$, 那么 $\pi \approx n/h$.
- 随着 n 变大, 这个近似将变得越来越精确.

- 如果布丰重复该实验 n 次 (即, 扔 n 根针), 令 h 为穿过直线的针的数量, 那么,

$$\mathbb{P}(\text{针穿过某条直线}) = \frac{2l}{\pi d} \approx \frac{h}{n}.$$

- 因此, $\pi \approx \dfrac{2ln}{dh}$.
- 令 $d = 2l$, 那么 $\pi \approx n/h$.
- 随着 n 变大, 这个近似将变得越来越精确.

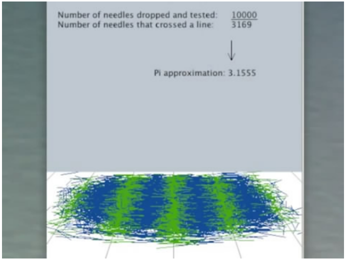


图: 一个计算机模拟 (*by* Jeffrey Ventrella)
[Video: `https://www.youtube.com/watch?v=kazgQXae0Hk`]

- 如果布丰重复该实验 n 次 (即, 扔 n 根针), 令 h 为穿过直线的针的数量, 那么,

$$\mathbb{P}(\text{针穿过某条直线}) = \frac{2l}{\pi d} \approx \frac{h}{n}.$$

- 因此, $\pi \approx \dfrac{2ln}{dh}$.
- 令 $d = 2l$, 那么 $\pi \approx n/h$.
- 随着 n 变大, 这个近似将变得越来越精确.

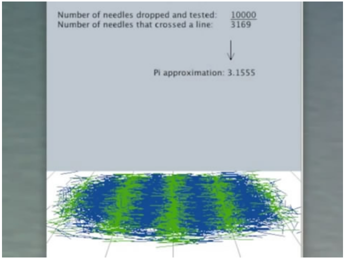


图: 一个计算机模拟 (by Jeffrey Ventrella)
[Video: https://www.youtube.com/watch?v=kazgQXae0Hk]

- 试一试!

https://mste.illinois.edu/activity/buffon

http://datagenetics.com/blog/may42015/index.html

- 现在考虑用另外一种仿真方法来估计 π.

- 现在考虑用另外一种仿真方法来估计 π.
  - 随机地将 n 个点扔到一个正方形里.

- 现在考虑用另外一种仿真方法来估计 π.
  - 随机地将 n 个点扔到一个正方形里.
  - 假设这些点具有**相等的可能性**落于正方形内的任何地方.
  - 令 h 表示落于扇形区域的点的个数.

- 现在考虑用另外一种仿真方法来估计 π.
  - 随机地将 n 个点扔到一个正方形里.
  - 假设这些点具有**相等的可能性**落于正方形内的任何地方.
  - 令 h 表示落于扇形区域的点的个数.

- $\mathbb{P}(\text{点在扇形中}) = \dfrac{\text{扇形面积}}{\text{正方形面积}} = \dfrac{\pi d^2/4}{d^2} \approx \dfrac{h}{n}.$

- 现在考虑用另外一种仿真方法来估计 π.
  - 随机地将 n 个点扔到一个正方形里.
  - 假设这些点具有**相等的可能性**落于正方形内的任何地方.
  - 令 h 表示落于扇形区域的点的个数.

- $\mathbb{P}(\text{点在扇形中}) = \dfrac{\text{扇形面积}}{\text{正方形面积}} = \dfrac{\pi d^2/4}{d^2} \approx \dfrac{h}{n}. \quad \Rightarrow \quad \pi \approx \dfrac{4h}{n}.$

- 现在考虑用另外一种仿真方法来估计 π.
  - 随机地将 n 个点扔到一个正方形里.
  - 假设这些点具有**相等的可能性**落于正方形内的任何地方.
  - 令 h 表示落于扇形区域的点的个数.

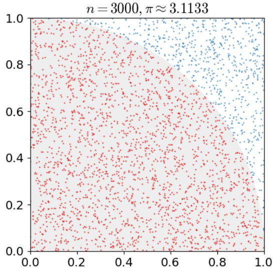


图: 计算机仿真 (image by nicoguaro / CC BY 3.0)

- $\mathbb{P}(\text{点在扇形中}) = \dfrac{\text{扇形面积}}{\text{正方形面积}} = \dfrac{\pi d^2/4}{d^2} \approx \dfrac{h}{n}. \quad \Rightarrow \quad \pi \approx \dfrac{4h}{n}.$

- 现在考虑用另外一种仿真方法来估计 π.
  - 随机地将 n 个点扔到一个正方形里.
  - 假设这些点具有**相等的可能性**落于正方形内的任何地方.
  - 令 h 表示落于扇形区域的点的个数.

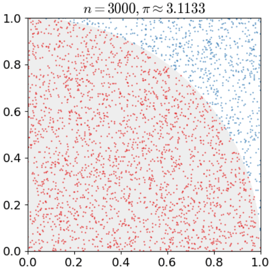
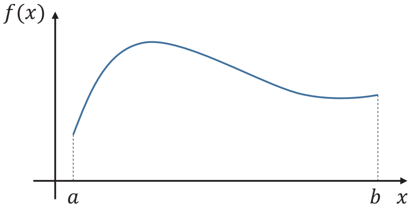


图: 计算机仿真 (image by nicoguaro / CC BY 3.0)

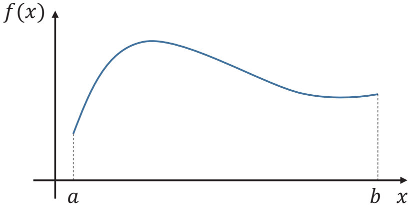
- $\mathbb{P}(\text{点在扇形中}) = \dfrac{\text{扇形面积}}{\text{正方形面积}} = \dfrac{\pi d^2/4}{d^2} \approx \dfrac{h}{n}. \quad \Rightarrow \quad \pi \approx \dfrac{4h}{n}.$
- 访问 `https://xiaoweiz.shinyapps.io/calPi` 进行交互.

- 考虑一个数值积分 (numerical integration) $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

- 考虑一个数值积分 (numerical integration) $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

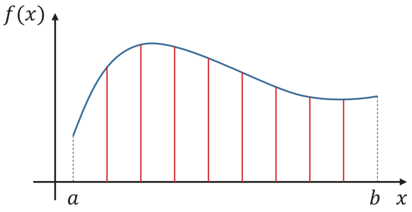


- 考虑一个数值积分 (numerical integration) $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.



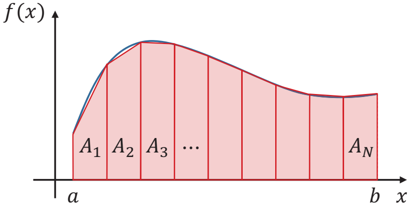
- 梯形法

- 考虑一个数值积分 (numerical integration) $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.



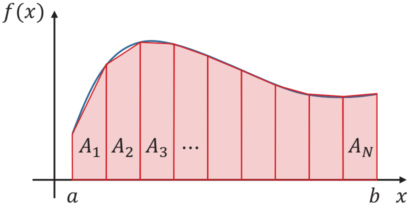
- 梯形法
  1. 将区域分割为 N 部分.

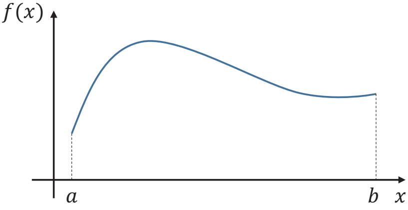
- 考虑一个数值积分 (numerical integration) $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.



- 梯形法
  1. 将区域分割为 N 部分.
  2. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx A_1 + A_2 + \cdots + A_N$.

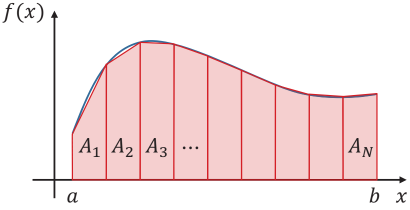
- 考虑一个数值积分 (numerical integration) $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

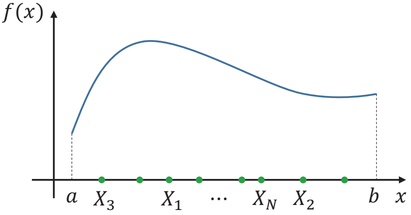




- 梯形法 (左图)
  1. 将区域分割为 N 部分.
  2. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx A_1 + A_2 + \cdots + A_N$.
- 蒙特卡洛法 (右图)

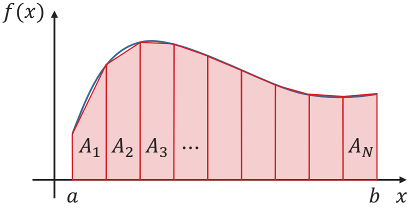
- 考虑一个数值积分 (numerical integration) $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

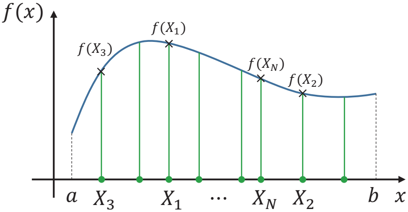




- 梯形法 (左图)
  1. 将区域分割为 N 部分.
  2. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx A_1 + A_2 + \cdots + A_N$.
- 蒙特卡洛法 (右图)
  1. 随机在 $[a, b]$ 上采样 N 个点, 服从 Uniform$[a, b]$ 分布.

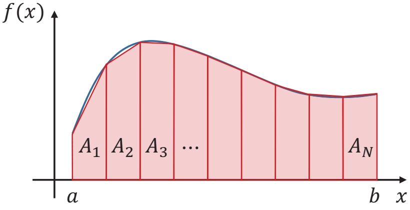
- 考虑一个数值积分 (numerical integration) $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

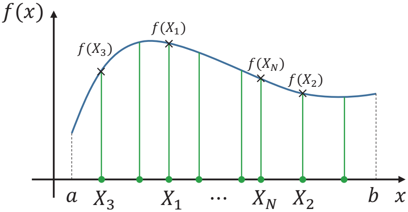




- 梯形法 (左图)
  1. 将区域分割为 N 部分.
  2. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx A_1 + A_2 + \cdots + A_N$.
- 蒙特卡洛法 (右图)
  1. 随机在 $[a, b]$ 上采样 N 个点, 服从 Uniform$[a, b]$ 分布.
  2. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx \frac{b-a}{N}[f(X_1) + f(X_2) + \cdots + f(X_N)]$.

- 考虑一个数值积分 (numerical integration) $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

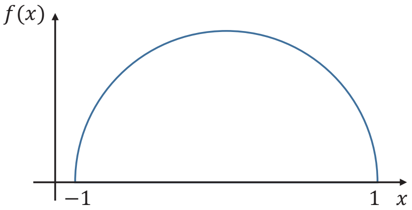




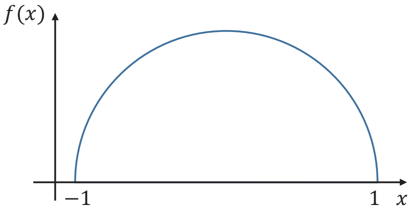
- 梯形法 (左图)
  1. 将区域分割为 N 部分.
  2. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx A_1 + A_2 + \cdots + A_N$.
- 蒙特卡洛法 (右图)
  1. 随机在 $[a, b]$ 上采样 N 个点, 服从 Uniform$[a, b]$ 分布.
  2. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx \frac{b-a}{N}[f(X_1) + f(X_2) + \cdots + f(X_N)]$.
- 当问题的维度很高时, 蒙特卡洛法将会更加**高效**! (例如, 当 d 很大时, 计算 $\int_{[a,b]^d} f(\boldsymbol{x})\mathrm{d}\boldsymbol{x}$.)

- 回顾之前的数值积分问题 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

- 回顾之前的数值积分问题 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.
- 令 $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$, $a = -1$, $b = 1$.

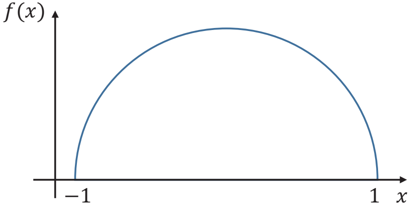


- 回顾之前的数值积分问题 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.
- 令 $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, $a = -1$, $b = 1$.



- 于是, $\int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x = \pi/2$.

- 回顾之前的数值积分问题 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.
- 令 $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, $a=-1$, $b=1$.



- 于是, $\int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x = \pi/2$.
- 所以我们有了另外一种采用蒙特卡洛仿真估计 π 的方法 (给定我们知道如何计算平方根).

示例

- 考虑如下的一个系统:
  - 两个部件，一个处于工作状态，一个备用，因此如果两个部件同时失效将导致系统失效.
  - 假设下一次发生部件失效的时间是随机的 (当至少有一个正常部件时)，服从一个我们已知的分布，且我们已知道如何生成它.
  - 简单起见，假设该时间间隔为等可能性的 1, 2, 3, 4, 5 或 6 天 (无记忆).
  - 修理一个部件耗时恰好为 2.5 天 (一次只能修理一个).

- 考虑如下的一个系统:
  - 两个部件, 一个处于工作状态, 一个备用, 因此如果两个部件同时失效将导致系统失效.
  - 假设下一次发生部件失效的时间是随机的 (当至少有一个正常部件时), 服从一个我们已知的分布, 且我们已知道如何生成它.
  - 简单起见, 假设该时间间隔为等可能性的 1, 2, 3, 4, 5 或 6 天 (无记忆).
  - 修理一个部件耗时恰好为 2.5 天 (一次只能修理一个).
- 关于系统失效时间, 我们能说些什么?

- 考虑如下的一个系统:
  - 两个部件，一个处于工作状态，一个备用，因此如果两个部件同时失效将导致系统失效.
  - 假设下一次发生部件失效的时间是随机的 (当至少有一个正常部件时)，服从一个我们已知的分布，且我们已知道如何生成它.
  - 简单起见，假设该时间间隔为等可能性的 1, 2, 3, 4, 5 或 6 天 (无记忆).
  - 修理一个部件耗时恰好为 2.5 天 (一次只能修理一个).
- 关于系统失效时间，我们能说些什么?
- 让我们来手动运行一个仿真!
  - 以系统状态来指正常的部件的数量 (2, 1 或 0).
  - 可能发生的**事件**为部件失效和修理完成.

时钟	系统状态	事件表	
		下次失效	下次修复
0	2		

示例

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0 + \mathbf{5} = 5$	

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0+\mathbf{\color{red}5}=5$	∞

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0+\mathbf{5}=5$	∞
5	1		

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0+\mathbf{5}=5$	∞
5	1		$5+2.5=7.5$

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0 + \mathbf{5} = 5$	∞
5	1	$5 + \mathbf{3} = 8$	$5 + 2.5 = 7.5$

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0 + \mathbf{5} = 5$	∞
5	1	$5 + \mathbf{3} = 8$	$5 + 2.5 = 7.5$
7.5	2		

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0+\mathbf{5}=5$	∞
5	1	$5+\mathbf{3}=8$	$5+2.5=7.5$
7.5	2		∞

时钟	系统状态	事件表 下次失效	下次修复
0	2	$0+\mathbf{5}=5$	∞
5	1	$5+\mathbf{3}=8$	$5+2.5=7.5$
7.5	2	8	∞

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0 + \mathbf{5} = 5$	∞
5	1	$5 + \mathbf{3} = 8$	$5 + 2.5 = 7.5$
7.5	2	8	∞
8	1		

时钟	系统状态	事件表 下次失效	下次修复
0	2	$0+\mathbf{5}=5$	∞
5	1	$5+\mathbf{3}=8$	$5+2.5=7.5$
7.5	2	8	∞
8	1		$8+2.5=10.5$

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0+\mathbf{5}=5$	∞
5	1	$5+\mathbf{3}=8$	$5+2.5=7.5$
7.5	2	8	∞
8	1	$8+\mathbf{6}=14$	$8+2.5=10.5$

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0 + \mathbf{5} = 5$	∞
5	1	$5 + \mathbf{3} = 8$	$5 + 2.5 = 7.5$
7.5	2	8	∞
8	1	$8 + \mathbf{6} = 14$	$8 + 2.5 = 10.5$
10.5	2		

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0 + \mathbf{5} = 5$	∞
5	1	$5 + \mathbf{3} = 8$	$5 + 2.5 = 7.5$
7.5	2	8	∞
8	1	$8 + \mathbf{6} = 14$	$8 + 2.5 = 10.5$
10.5	2		∞

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0+\mathbf{5}=5$	∞
5	1	$5+\mathbf{3}=8$	$5+2.5=7.5$
7.5	2	8	∞
8	1	$8+\mathbf{6}=14$	$8+2.5=10.5$
10.5	2	14	∞

时钟	系统状态	事件表 下次失效	 下次修复
0	2	$0+\mathbf{5}=5$	∞
5	1	$5+\mathbf{3}=8$	$5+2.5=7.5$
7.5	2	8	∞
8	1	$8+\mathbf{6}=14$	$8+2.5=10.5$
10.5	2	14	∞
14	1		

示例

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0+\mathbf{5}=5$	∞
5	1	$5+\mathbf{3}=8$	$5+2.5=7.5$
7.5	2	8	∞
8	1	$8+\mathbf{6}=14$	$8+2.5=10.5$
10.5	2	14	∞
14	1		$14+2.5=16.5$

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0+\mathbf{5}=5$	∞
5	1	$5+\mathbf{3}=8$	$5+2.5=7.5$
7.5	2	8	∞
8	1	$8+\mathbf{6}=14$	$8+2.5=10.5$
10.5	2	14	∞
14	1	$14+\mathbf{1}=15$	$14+2.5=16.5$
15	$\mathbf{0}$		

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0 + \mathbf{5} = 5$	∞
5	1	$5 + \mathbf{3} = 8$	$5 + 2.5 = 7.5$
7.5	2	8	∞
8	1	$8 + \mathbf{6} = 14$	$8 + 2.5 = 10.5$
10.5	2	14	∞
14	1	$14 + \mathbf{1} = 15$	$14 + 2.5 = 16.5$
15	$\mathbf{0}$		16.5

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0+\mathbf{5}=5$	∞
5	1	$5+\mathbf{3}=8$	$5+2.5=7.5$
7.5	2	8	∞
8	1	$8+\mathbf{6}=14$	$8+2.5=10.5$
10.5	2	14	∞
14	1	$14+\mathbf{1}=15$	$14+2.5=16.5$
15	$\mathbf{0}$	∞	16.5

时钟	系统状态	事件表 下次失效	下次修复
0	2	$0+\mathbf{5}=5$	∞
5	1	$5+\mathbf{3}=8$	$5+2.5=7.5$
7.5	2	8	∞
8	1	$8+\mathbf{6}=14$	$8+2.5=10.5$
10.5	2	14	∞
14	1	$14+\mathbf{1}=15$	$14+2.5=16.5$
15	$\mathbf{0}$	∞	16.5

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0+\mathbf{5}=5$	∞
5	1	$5+\mathbf{3}=8$	$5+2.5=7.5$
7.5	2	8	∞
8	1	$8+\mathbf{6}=14$	$8+2.5=10.5$
10.5	2	14	∞
14	1	$14+\mathbf{1}=15$	$14+2.5=16.5$
15	$\mathbf{0}$	∞	16.5

- 可以观察到:
  - 由正常至失效的时间 $=15$
  - 平均正常部件的数量 $=$

$$\frac{1}{15-0}[2(5-0)+1(7.5-5)+2(8-7.5)+1(10.5-8)+2(14-10.5)+1(15-14)] = \frac{24}{15}$$

		事件表	
时钟	系统状态	下次失效	下次修复
0	2	$0 + \mathbf{5} = 5$	∞
5	1	$5 + \mathbf{3} = 8$	$5 + 2.5 = 7.5$
7.5	2	8	∞
8	1	$8 + \mathbf{6} = 14$	$8 + 2.5 = 10.5$
10.5	2	14	∞
14	1	$14 + \mathbf{1} = 15$	$14 + 2.5 = 16.5$
15	**0**	∞	16.5

- 可以观察到:
  - 由正常至失效的时间 $= 15$
  - 平均正常部件的数量 $=$

$$\frac{1}{15-0}[2(5-0)+1(7.5-5)+2(8-7.5)+1(10.5-8)+2(14-10.5)+1(15-14)] = \frac{24}{15}$$

- 一些问题:
  - 如何处理仿真中的随机性?
  - 如何生成部件下次失效的时间间隔 (没有前面的强假设)?

1. 什么是仿真?
2. 为什么仿真?
3. 怎么做仿真?
4. 模型
   - 定义
   - 仿真模型的类型
5. 示例
   - 估计 π: 布丰投针
   - 估计 π: 随机点
   - 数值积分*
   - 系统失效时间
6. 物流与供应链系统
   - 定义
   - 特点
   - 仿真的优势
   - 仿真软件

- 物流系统是指在一定的时间和空间里，由物资、包装设备、装卸搬运机械、运输工具、仓储设施、人员和通信联系等若干相互制约的动态要素所构成的具有特定功能的有机整体.

- 物流系统是指在一定的时间和空间里，由物资、包装设备、装卸搬运机械、运输工具、仓储设施、人员和通信联系等若干相互制约的动态要素所构成的具有特定功能的有机整体.
- 生产企业物流系统可细分为供应物流、生产物流、销售物流、回收和废弃物流等.

- 物流系统是指在一定的时间和空间里，由物资、包装设备、装卸搬运机械、运输工具、仓储设施、人员和通信联系等若干相互制约的动态要素所构成的具有特定功能的有机整体.
- 生产企业物流系统可细分为供应物流、生产物流、销售物流、回收和废弃物流等.
- 供应链是一个由相互间通过提供原材料、零部件、产品、服务的制造商、供应商、分销商、零售商和最终用户组成的功能网络.

- 物流系统是指在一定的时间和空间里，由物资、包装设备、装卸搬运机械、运输工具、仓储设施、人员和通信联系等若干相互制约的动态要素所构成的具有特定功能的有机整体.
- 生产企业物流系统可细分为供应物流、生产物流、销售物流、回收和废弃物流等.
- 供应链是一个由相互间通过提供原材料、零部件、产品、服务的制造商、供应商、分销商、零售商和最终用户组成的功能网络.
  - 主要包括信息流、物流、资金流.

- 物流系统是指在一定的时间和空间里，由物资、包装设备、装卸搬运机械、运输工具、仓储设施、人员和通信联系等若干相互制约的动态要素所构成的具有特定功能的有机整体.
- 生产企业物流系统可细分为供应物流、生产物流、销售物流、回收和废弃物流等.
- 供应链是一个由相互间通过提供原材料、零部件、产品、服务的制造商、供应商、分销商、零售商和最终用户组成的功能网络.
    - 主要包括信息流、物流、资金流.
- 对物流与供应链系统的管理和优化，是企业提高效率和竞争力的关键手段之一.

- 物流与供应链系统是典型的复杂随机离散系统，通常具有如下特点：
  - 不确定性 (随机性)
  - 非线性
  - 复杂性
  - 适应性
  - 动态性

- 物流与供应链系统是典型的复杂随机离散系统，通常具有如下特点：
  - 不确定性（随机性）
  - 非线性
  - 复杂性
  - 适应性
  - 动态性
- 物流与供应链系统的数学模型，只有在引入大量的假设和简化之后，才可能被求解.
  - 可用以刻画系统动态特性，提供管理学启示；
  - 但不适用于具体的参数和策略的评价和选择.

- 利用编程语言或商业仿真软件, 可以建立足够贴近实际的物流与供应链系统仿真模型:
  - 更准确地对系统性能进行定量评估;
  - 进行全局 (整体) 优化;
  - 将系统可视化, 便于展示和理解.

- 利用编程语言或商业仿真软件，可以建立足够贴近实际的物流与供应链系统仿真模型：
  - 更准确地对系统性能进行定量评估；
  - 进行全局（整体）优化；
  - 将系统可视化，便于展示和理解.
- 常见应用领域：
  - 物流系统布局配置和业务流程设计
  - 供应链结构分析与评估
  - 服务系统设计与优化
  - 库存管理与控制
  - 物流运输调度与路径选择
  - 物料、人力成本估算
  - ……

- AnyLogic https://www.anylogic.com
- Arena https://www.arenasimulation.com
- AutoMod https://www.appliedmaterials.com/automation-software/automod
- Plant Simulation (前身 eM-Plant) https://www.plm.automation.siemens.com/products/tecnomatix
- Enterprise Dynamics https://www.incontrolsim.com
- ExtendSim https://www.extendsim.com
- FlexSim https://www.flexsim.com
- Simio https://www.simio.com
- Witness https://www.lanner.com